

Übung: Ableitung von Polynomfunktionen

1. Ermittle die Ableitung der folgenden Funktionen

- a) $f(x) = 3x + 4$
- b) $f(x) = 12 - 2x$
- c) $f(x) = x^4$
- d) $f(x) = x^{10}$
- e) $f(x) = 3x^5$
- f) $f(x) = 5x^{12}$
- g) $f(x) = 0,5x^4$
- h) $f(x) = x^6/9 = \frac{x^6}{9}$
- i) $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- j) $f(x) = -4x^2 + 5x - 1$
- k) $f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x$
- l) $f(x) = x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 3$
- m) $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 7x - 8$
- n) $f(x) = x^4/2 + 4x^3 - 5x^2$
- o) $f(x) = x^3/6 - 3x^2/4 + 5x/2 - 1/3$
- p) $f(x) = x^{10}/5 + 2x^6/9 - 5x^2/2$

2. Berechne die Ableitung von f an der Stelle $x = x_0$

- a) $f(x) = 3x^2, \quad x_0 = 1$
- b) $f(x) = -x^3 \quad x_0 = 2$
- c) $f(x) = 4x - x^2 \quad x_0 = 3$
- d) $f(x) = x^3 - 9x \quad x_0 = -2$
- e) $f(x) = 7x^3 + 9x^2 - 8 \quad x_0 = -1$
- f) $f(x) = x^4/9 \quad x_0 = 3$
- g) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 1 \quad x_0 = 2$
- h) $f(x) = 2x^5 - 5x^4 + 3x^2 \quad x_0 = 1$

3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 6$

Berechne dazu die Steigungsfunktion $f'(x)$

a) An welchen Stellen ist der y -Wert der Funktion

- i. $f(x) = 1$
- ii. $f(x) = -2$
- iii. $f(x) = 0$?

Berechne dazu auch die Steigung an diesen Stellen

b) Bei welchen Punkten ist die Ableitung

- i. $f'(x) = 1$
- ii. $f'(x) = -2$
- iii. $f'(x) = 0$?

4. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$.
 - a) Berechne die Nullstellen der Funktion
 - b) Berechne die Steigung der Funktion in diesen Nullstellen
 - c) Erstelle eine Skizze der Funktion mit diesen Daten

5. Gegeben ist die Funktion $y = 3x/2 - x^3/6$ ($\rightarrow f(x) = \frac{3x}{2} - \frac{x^3}{6}$)
 - a) Berechne die Nullstellen
 - b) Berechne die Steigung der Funktion in diesen Nullstellen
 - c) Berechne die Stellen, an denen die Kurve die Steigung Null hat
 - d) Berechne dazu auch die y-Werte
 - e) Skizziere die Funktion mit diesen Werten

6. Berechne die Ableitung der Funktion $f(x) = x^4/4 - 2x^3 + 9x^2/2$
 In welchen Punkten hat der Graph eine waagrechte Tangente ($k=0$)?

7. Berechne die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x$
 In welchen Punkten des Graphen haben die Tangenten die Steigung $k=3$?
 Bestimme dort die Gleichungen Tangenten ($y = k \cdot x + d$).

8. Bestimme die Ableitung der Funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 4$
 In welchen Punkten des Graphen sind die Tangenten parallel zur 1. Mediane ($k = 1$)? Bestimme auch die Tangentengleichungen dort.

9. Beim Kugelstoßen beschreibt die Kugel annähernd eine Parabel.
 Angenommen, diese Parabel kann durch die Funktion $f(x) = 0,9x - 0,05x^2$ beschrieben werden.
 - a. In welcher Entfernung trifft die Kugel auf dem Boden auf?
 - b. Wo befindet sich der höchste Punkt der Wurfbahn?

10. Ein Seil überspannt einen 40 m breiten Graben bei einer Höhendifferenz von 12 m. Die Form des Seils entspricht näherungsweise der Kurve $y = 0,01x^2 - 0,1x$ zwischen den Punkten $A(0|0)$ und $B(10|12)$.
 - a. Welche Neigung hat das Seil in den Endpunkten?
 - b. Wo ist der tiefste Punkt der Kurve?

Lösungen:

1.

- a) $f'(x) = 3$
- b) $f'(x) = -2$
- c) $f'(x) = 4x^3$
- d) $f'(x) = 10x^9$
- e) $f'(x) = 15x^4$
- f) $f'(x) = 60x^{11}$
- g) $f'(x) = 2x^3$
- h) $f'(x) = 2x^5/3$
- i) $f'(x) = 2x - 3$
- j) $f'(x) = -8x + 5$
- k) $f'(x) = 9x^2 + 8x - 5$
- l) $f'(x) = 4x^3 - 18x^2 + 10x$
- m) $f'(x) = 6x^2 - 24x + 7$
- n) $f'(x) = 2x^3 + 12x - 10x$
- o) $f'(x) = x^2/2 - 3x/2 + 5/2$
- p) $f'(x) = 2x^9 + 4x^5/3 - 5x$

2.

- a) 6
- b) -12
- c) -2
- d) 3
- e) 3
- f) 12
- g) 0
- h) -4

3.

- a.
 - i. $(1|1)$ mit $k = -4$; $(5|1)$ mit $k = 4$
 - ii. $(2|-2)$ mit $k = -2$; $(4|-2)$ mit $k = 2$
 - iii. $(1,27|0)$ mit $k = -3,46$; $(4,73|0)$ mit $k = 3,46$
- b.
 - i. $(3,5|-2,75)$
 - ii. $(2|-2)$
 - iii. $(3|-3)$

4. $(0|0)$ mit $k = 6$; $(2|0)$ mit $k = -2$; $(3|0)$ mit $k = 3$

5. ab) $(0|0)$ mit $k = 3/2$; $(3|0)$ mit $k = -3$; $(-3|0)$ mit $k = -3$;
cd) $(\sqrt{3}|\sqrt{3})$; $(-\sqrt{3}|-\sqrt{3})$

6. $(0|0)$, $(3|6,75)$

7. $(-1|2)$ mit Tangente $y = 3x + 5$; $(3|-18)$ mit Tangente $y = 3x - 27$

8. $(1|1)$ mit Tangente $y = x$ $(3|-1)$ mit Tangente $y = x - 4$

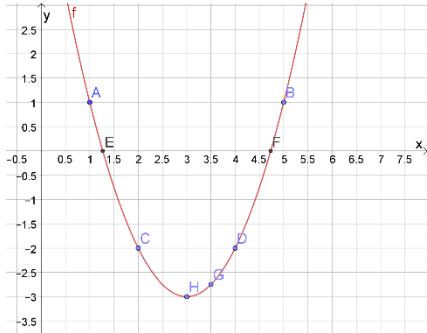
9. a. 18m b. $(9|4,05)$

10. a. Bei A ist $k = -0,1$ bei B ist $k = 0,7$

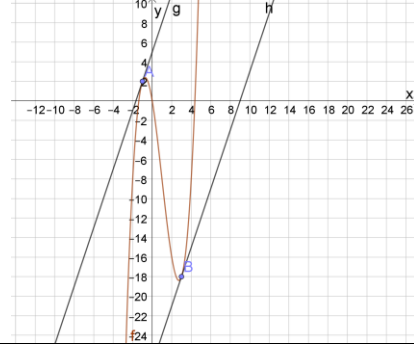
b. $T(5|-0,25)$

Funktionen:

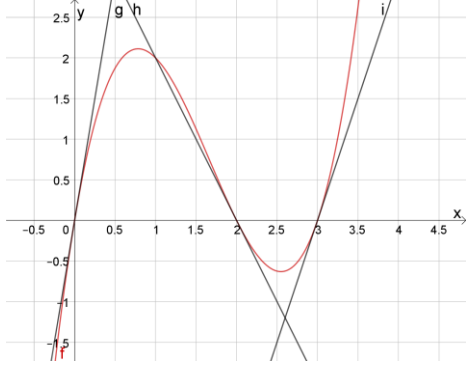
3) $f(x) = x^2 - 6x + 6$



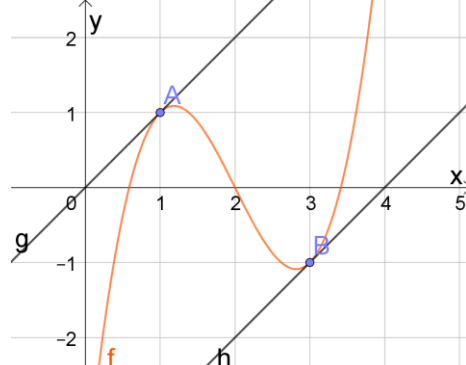
7) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x$



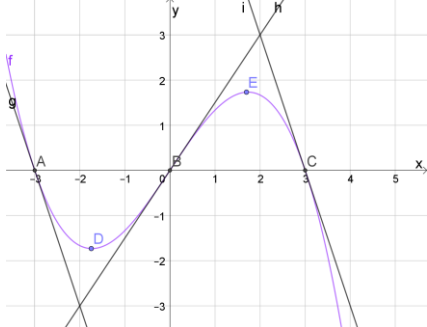
4) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$



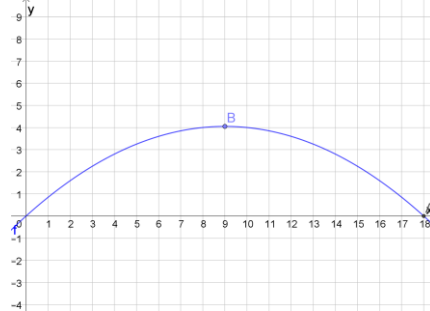
8) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 4$



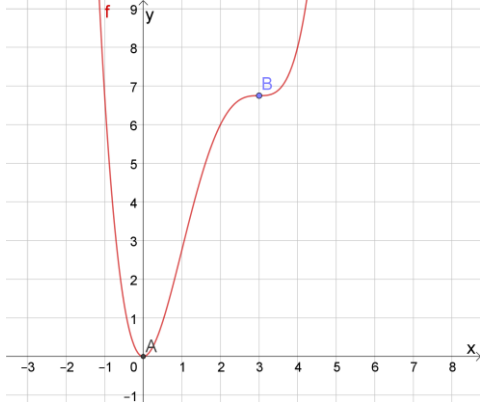
5) $y = 3x/2 - x^3/6$



9) $f(x) = 0,9x - 0,05x^2$



6) $f(x) = x^4/4 - 2x^3 + 9x^2/2$



10) $y = 0,01x^2 - 0,1x$

